

Numerik SS 2009

Übungsblatt 2

Aufgabe 1 *Newton-Cotes Formeln*

Die Newton-Cotes Quadraturformel mit $s = n + 1$ äquidistanten Stützstellen ist so konstruiert, dass Polynome mit Grad $\leq n$ exakt integriert werden.

Zeigen Sie: Für gerades n werden auch Polynome mit Grad $\leq n + 1$ exakt integriert.

Aufgabe 2 *Konstruktion einer Quadraturformel*

Für $h > 0$ soll das spezielle Integral

$$I(f) := \int_{-h}^h x^2 \sqrt{|x|} f(x) dx \quad \text{durch} \quad \tilde{I}(f) := \alpha_1 f(-h) + \alpha_2 f(0) + \alpha_3 f(h)$$

approximiert werden.

- Bestimmen Sie die α_i so, dass $I(p) = \tilde{I}(p)$ für alle $p \in \mathbb{P}_2$.
- Bis zu welchem Polynomgrad ist die Quadraturformel \tilde{I} exakt?
- Leiten Sie eine Fehlerabschätzung der Form

$$|I(f) - \tilde{I}(f)| \leq ch^q \|f^{(p)}\|_\infty$$

her. Bestimmen Sie p, q und c .

- Was lernen Sie aus dem Vergleich der Fehlerabschätzung (c) mit der entsprechenden Fehlerabschätzung der Simpson-Regel für obiges Integral?