

## Numerik SS 2009

### Übungsblatt 8

#### Aufgabe 1: Expliziter Euler

Gegeben sei das Anfangswertproblem  $y' = -(1/y)\sqrt{1-y^2}$ ,  $y(0) = 1$ .

- Untersuchen Sie das Anfangswertproblem auf Existenz und Eindeutigkeit.
- Berechnen Sie eine nichttriviale Lösung des Anfangswertproblems. Triviale Lösung:  $y(x) \equiv 1$ .
- Berechnen Sie einen Schritt des Euler-Verfahrens für beliebige Schrittweite  $h$ . Was fällt Ihnen auf?

#### Aufgabe 2: Ordnungsbedingungen für Runge-Kutta-Verfahren

Gesucht sei ein explizites 3-stufige Runge-Kutta-Verfahren mit dem Butcher-Tableau

$$\begin{array}{c|ccc} 0 & & & \\ c_2 & a_{21} & & \\ c_3 & a_{31} & a_{32} & \\ \hline & b_1 & b_2 & b_3 \end{array}$$

- Leiten Sie die Bedingungen her, die zur Verfahrensordnung  $p = 3$  führen.
- Verwendet man als zugrundeliegende Quadraturformel die Simpson-Regel, so gilt:

$$c_2 = 1/2, \quad c_3 = 1, \quad b_1 = b_3 = 1/6 \quad \text{und} \quad b_2 = 2/3.$$

Wie lauten die verbleibenden Koeffizienten, damit das zugehörige RK-Verfahren Ordnung  $p = 3$  hat? Dabei soll  $\sum_{i=1}^{k-1} a_{ki} = c_k$  gelten.