PROF. DR. BERND SIMEON
CHRISTIAN GOBERT
THOMAS MÄRZ

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Numerik

SS 2009

Anmerkungen zu häufigen Fehlern der Probeklausur

zur Vektoriteration:

Zu einer Matrix $a \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sei (λ, x) das Eigenpaar zum dominanten Eigenwert λ. Es stimmt, dass manchmal Rundungsfehler dazu führen, dass die direkte Vektoriteration auch dann gegen x konvergiert, wenn der Startvektor senkrecht zu x steht. Allerdings bedeutet das nicht, dass die direkte Vektoriteration **immer** gegen x konvergiert, da es durchaus Fälle gibt, in denen kein Rundungsfehler auftritt. Betrachte z.B.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

mit Startvektor e_1. Der dominante Eigenwert dieser Matrix ist 2, der zugehörige Eigenvektor ist e_2, aber $A^k e_1 = e_1$, d.h. die Vektoriteration konvergiert gegen den „falschen" Eigenvektor. Rundungsfehler treten bei diesem Beispiel mit Sicherheit keine auf.

zur Bestimmung des Approximationsfehlers der Quadratur:
Angenommen, Sie wissen dass ein Quadraturverfahren die Ordnung p besitzt. Das bedeutet, dass Polynome vom Grad $p-1$ exakt integriert werden.
Zur Berechnung des Approximationsfehlers berechnen Sie die Taylorentwicklung einer beliebigen Funktion $f(x)$. Bei welchem Term brechen Sie die Entwicklung ab?
Es ist nicht sinnvoll, die Entwicklung beim Term $(x-x_0)^{p-1}$ abzubrechen, da Sie ja wissen, dass diese Polynome exakt integriert werden, d.h. so erhalten Sie nicht die bestmögliche Abschätzung für den Approximationsfehler. Sinnvoller ist es, die Entwicklung beim Term $(x-x_0)^p$ abzubrechen.